

УДК 616.711-007.53:617.559-007.251]:004.925.8

## Численное моделирование и анализ напряженно-деформированного состояния крестцово-подвздошного сочленения при различных вариантах поясничного лордоза

В. А. Стауде<sup>1</sup>, А. В. Кондратьев<sup>2</sup>, М. Ю. Карпинский<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ГУ «Институт патологии позвоночника и суставов им. проф. М. И. Ситенко НАМН Украины», Харьков

<sup>2</sup> Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков. Украина

*The article contains results of computer simulation and mathematical analysis of the stress-strain state by the finite element method in the «lumbar spine – sacroiliac joint – pelvis» system with different variants of the sacral bone slope and lumbar lordosis. In these conditions, peculiarities of the maximum and minimum stress in the sacroiliac joint area were revealed.*

*Представлено результати чисельного моделювання та математичного аналізу за допомогою методу кінцевих елементів напружено-деформованого стану системи «поперековий відділ хребта – крижово-клубове зчленування – таз» з різними варіантами нахилу крижової кістки та поперекового лордозу. За цих умов виявлено особливості максимального та мінімального напруження у ділянці крижово-клубового зчленування.*

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, наклон крестца, поясничный лордоз, позвоночник, таз

Современные программные комплексы позволяют решать широкий круг задач при помощи имитационного моделирования. Сегодня общепризнанным стандартом при решении задач механики твердого тела посредством численных алгоритмов стали комплексы, реализующие метод конечных элементов МКЭ [1–3]. В основе МКЭ лежит идея моделирования реального объекта совокупностью конечных элементов (КЭ) простой геометрической формы. Каждый КЭ при этом обладает свойствами материала дискретизированного объекта. КЭ в целом и каждому узлу в частности придаются определенные степени свободы, обеспечивающие их корректное условие сочленения. Разрешающие системы уравнений МКЭ, как правило, строятся на основе вариационных принципов, а рассмотрение задачи с конечным числом степеней свободы позволяет представить решение в виде систем линейных уравнений, имеющих матрицу специального вида.

Найденное в результате напряженно-деформированного состояния (НДС) в программном комплексе МКЭ обычно может отображаться графически с закраской различной интенсивности его

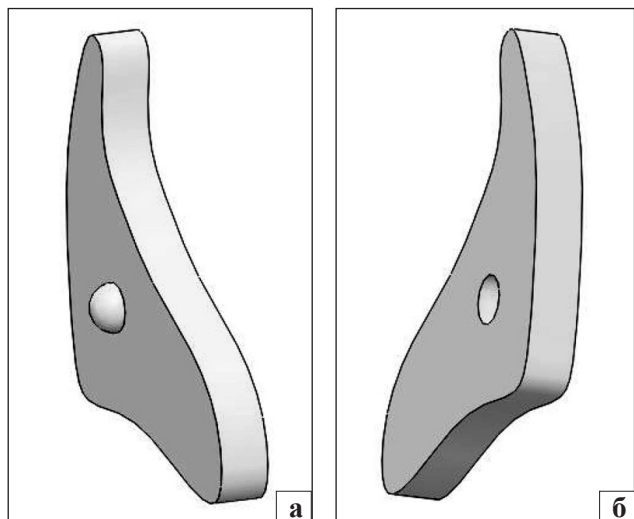
компонентов, что позволяет проводить анализ НДС в любой точке объекта.

Тема изучения НДС позвоночника встречается во многих работах. Существуют работы, посвященные изучению НДС поясничного отдела позвоночника при разных вариантах нагрузки [6, 9]; изучающие НДС крестца как звена в системе целостности таза [5, 8]; НДС системы «имплантат – поясничный отдел позвоночника – таз» при различных вариантах фиксации [7]. Но среди них мы не нашли исследования НДС крестцово-подвздошного сочленения в системе «поясничный отдел позвоночника – крестец – таз» при различных вариантах нагрузки.

**Цель исследования:** изучить НДС крестцово-подвздошного сочленения с учетом поясничного лордоза и угла наклона краниальной поверхности крестца к горизонтали (SS — sacral slope) SS = 30°, SS = 60°, SS = 85°.

### Материалы и методы

Для синтеза геометрической модели крестцово-подвздошного сочленения с учетом поясничного отдела при различных величинах SS были пред-



**Рис. 1.** Вид геометрической модели хрящевой ткани и сустава, при помощи которых крыло таза крепится к крестцу: а) спереди; б) сзади

варительно построены геометрические модели позвонков L I–L V, крестца S I–S V с копчиком, крыльев таза. Для этого использовали соответствующие срезы компьютерных томограмм реальных биомеханических систем. Между телом позвонка и суставными отростками были расположены дискообразные элементы, которые имитировали наличие межпозвонковых дисков и суставных хрящей. Моделирование хрящевой ткани и сустава, при помощи которых крыло таза крепится к крестцу, проведено посредством введения геометрического элемента соответствующей формы, обеспечивающего необходимые степени свободы крестца относительно крыла таза (рис. 1). Сгенерированная геометрическая модель крестцово-подвздошного сочленения с уче-

том поясничного отдела в нормальном состоянии представлена на рис. 2. Однако следует отметить, что построенная модель имеет ряд геометрических упрощений, не носящих принципиальный характер для решаемой задачи.

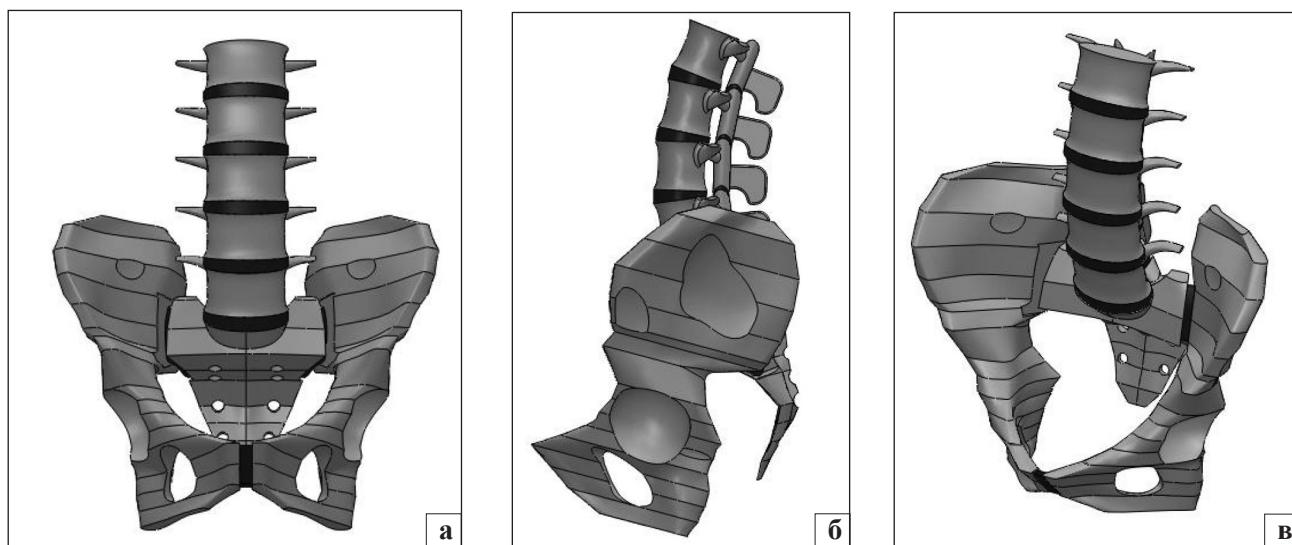
Для имитационного моделирования крестцово-подвздошного сочленения с поясничным отделом при различных вариантах поясничного лордоза в геометрическую модель вносили соответствующие функциональные смещения (рис. 3).

Для составных частей смоделированного пояснично-крестцового отдела заданы соответствующие им физико-механические характеристики биологических тканей (таблица) [4]. Для генерации конечно-элементной сетки использовали пространственный тетраэдральный КЭ, имеющий 10 узлов: 4 угловых и 1 в середине каждой кромки (всего 6 средних узлов).

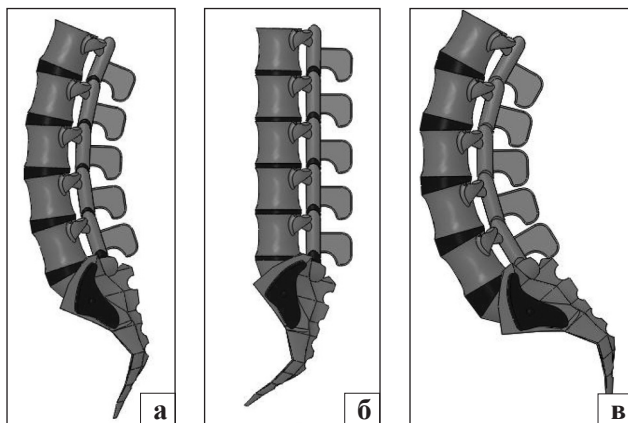
Модель пояснично-крестцового отдела была нагружена по верхнему позвонку L V сжимающей вертикальной нагрузкой вдоль оси позвоночника, равной весу части тела, расположенной выше позвонка L V. Согласно данным научной литературы [6, 8] величина этой нагрузки составляет 50 % общего веса тела. Было рассмотрено два уровня нагрузки пояснично-крестцового отдела:

- в нормальном состоянии без перегрузок;
- при действии пятикратной перегрузки в кранио-каудальном направлении.

Учитывая, что среднестатистическая масса человека 80 кг, приложенные усилия соответственно равны 400 Н и 2000 Н. По данным литературы, таз при ходьбе может воспринимать пяти-, десятикратную нагрузку по сравнению с весом тела [6, 8].



**Рис. 2.** Вид геометрической модели крестцово-подвздошного сочленения с поясничным отделом в норме: а) спереди; б) сбоку, в) аксонометрия



**Рис. 3.** Вид геометрической модели крестцово-подвздошного сочленения с поясничным отделом при различных вариантах поясничного лордоза (крылья таза условно опущены): а) физиологическая величина SS (60°) и соответствующая ей физиологическая величина поясничного лордоза; б) вертикальный крестец (SS=30°) и сглаженный лордоз; в) горизонтальный крестец (SS=85°) и гиперлордоз

Модель была жестко закреплена по поверхностям крыльев таза, что исключило их смещение.

Вид нагруженной и закрепленной сгенерированной конечно-элементной модели приведен на рис. 4.

При расчете рассматриваемой биомеханической системы в программном комплексе МКЭ были приняты следующие основные гипотезы и допущения:

- все материалы считали однородными и изотропными с известными физико-механическими характеристиками (таблица) [4];
- задача статического анализа решалась в физически и геометрически линейной постановке, при этом рассматривали малые деформации и пе-

**Таблица.** Физико-механические характеристики биологических тканей [4]

Биологическая ткань	Модуль упругости E, МПа	Коэф. Пуассона, $\mu$
Губчатая кость	690	0,35
Кортикальная кость	6900	0,32
Межпозвоночный диск	50	0,35
Хрящ	50	0,35

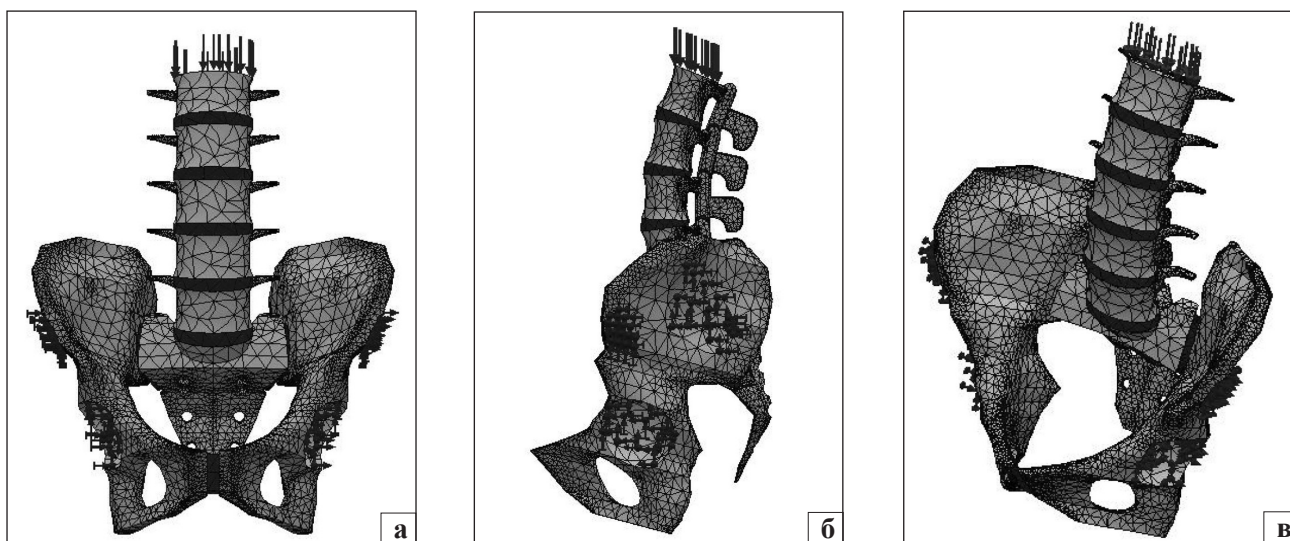
ремещения, в силу чего подтверждался закон Гука для описания поведения материала.

Отличительной чертой расчета пояснично-крестцового отдела при увеличенном лордозе было моделирование работы суставного хряща в зоне контакта дугоотростчатых суставов. В таком положении хрящевая ткань практически не снижает трение между образующими сустав костями, поэтому для этой величины лордоза была решена контактная задача «кость на кость», что и явилось причиной концентрации напряжений в данной зоне.

Для анализа напряженного состояния модели пояснично-крестцового отдела использовали картины распределения эквивалентных напряжений по Мизесу [2], которые характеризуют общее напряженное состояние в любой точке исследуемого объекта и позволяют судить о его интенсивности и распределении силового потока в рассматриваемой биомеханической системе.

Для анализа деформируемости модели пояснично-крестцового отдела использовали картины распределения эквивалентных деформаций [2].

Результаты расчетов представлены на рис. 5–10 (полупрозрачным тоном показано ненапряженное состояние модели).



**Рис. 4.** Вид нагруженной и закрепленной сгенерированной конечно-элементной модели крестцово-подвздошного сочленения с поясничным отделом в норме: а) спереди; б) сбоку; в) изометрия



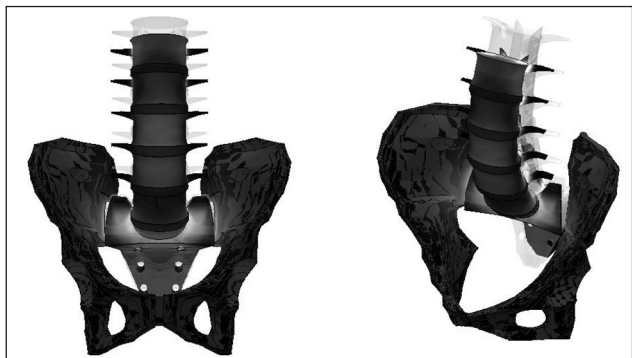


Рис. 5. Картина напряженного состояния в модели крестцово-подвздошного сочленения с поясничным отделом в норме при нагрузке  $P=400$  Н

## Результаты и их обсуждение

Анализ полученного напряженно-деформированного состояния крестцово-подвздошного сочленения при физиологических величинах поясничного лордоза и наклона крестца ( $SS=60^\circ$ ) при нагрузке равной 400 Н (рис. 6, а; 7, а; 8, а; 9, а; 10, а) показал, что оно равномерно по всей плоскости суставного хряща. Максимальная величина действующих напряжений в зоне хряща достигает 1,3 МПа в его краниальной части. При этом уровень напряжений во всех дисках не превышает 0,4 МПа, а в люмбосакральном диске достигает 1,0 МПа. В зоне хряща дугоотростчатых суставов сегментов L II–L III, L III–L IV, L IV–L V интенсивность напряжений существенно выше — 1,75 МПа.

При физиологическом лордозе величина линейных перемещений поясничных сегментов максимальна, что обеспечивает наиболее благоприят-

ные условия функционирования суставного хряща крестцово-подвздошных сочленений за счет более равномерного перераспределения нагрузок на элементы пояснично-крестцового отдела.

Анализ полученного напряженно-деформированного состояния крестцово-подвздошного сочленения при уменьшении глубины поясничного лордоза с вертикализацией крестца ( $SS=30^\circ$ ) при нагрузке 400 Н (рис. 6, б; 7, б; 8, б; 9, б; 10, б) показал, что оно неравномерно по плоскости суставного хряща. При этом максимальные напряжения зафиксированы в вентральной части хряща и достигают уровня 0,59 МПа. Уровень напряжений в диске L V–S I не превышает 0,25 МПа. В зоне хряща дугоотростчатых суставов сегментов L II–L III, L III–L IV, L IV–L V интенсивность напряжений достигает уровня 0,79 МПа, что существенно меньше, чем при физиологическом лордозе.

Картина напряженно-деформированного состояния модели при уменьшении глубины поясничного лордоза и вертикализации крестца позволяет судить об избыточной нагрузке хряща крестцово-подвздошного сочленения, особенно в вентральной его части. При этом величина линейных перемещений позвоночных сегментов меньше, чем в модели с физиологическим лордозом.

Анализ полученного напряженно-деформированного состояния крестцово-подвздошного сочленения при гиперлордозе и горизонтализации крестца ( $SS=85^\circ$ ) при нагрузке 400 Н (рис. 6, в; 7, в; 8, в; 9, в; 10, в) показал, что оно также неравномерно по плоскости суставного хряща. Максимальные напряжения отмечены в краниальнодорсальной

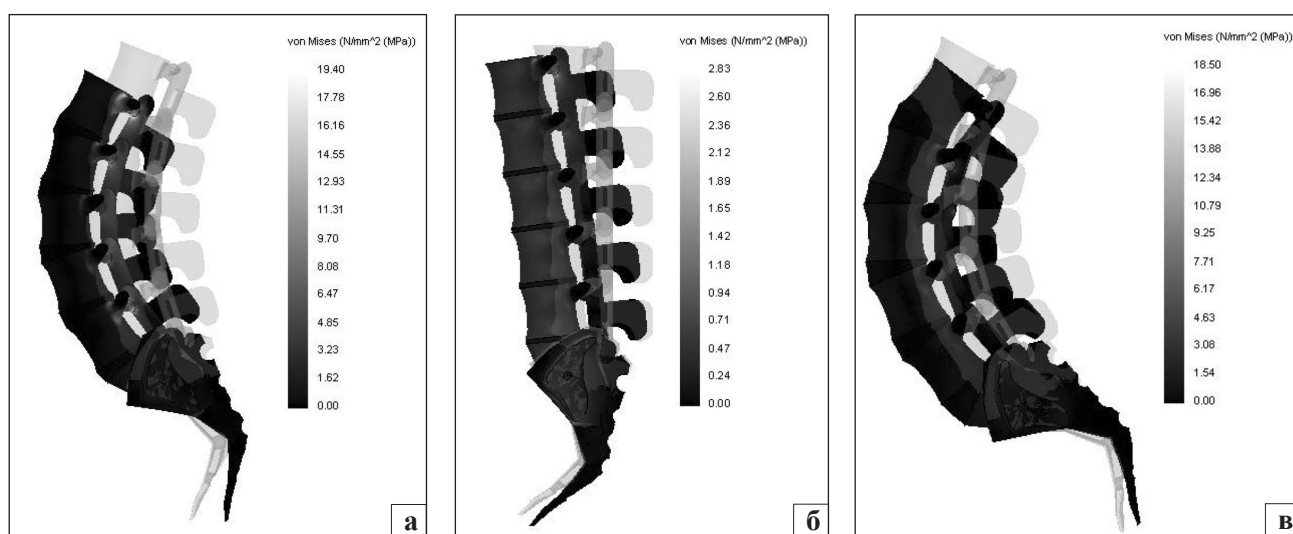
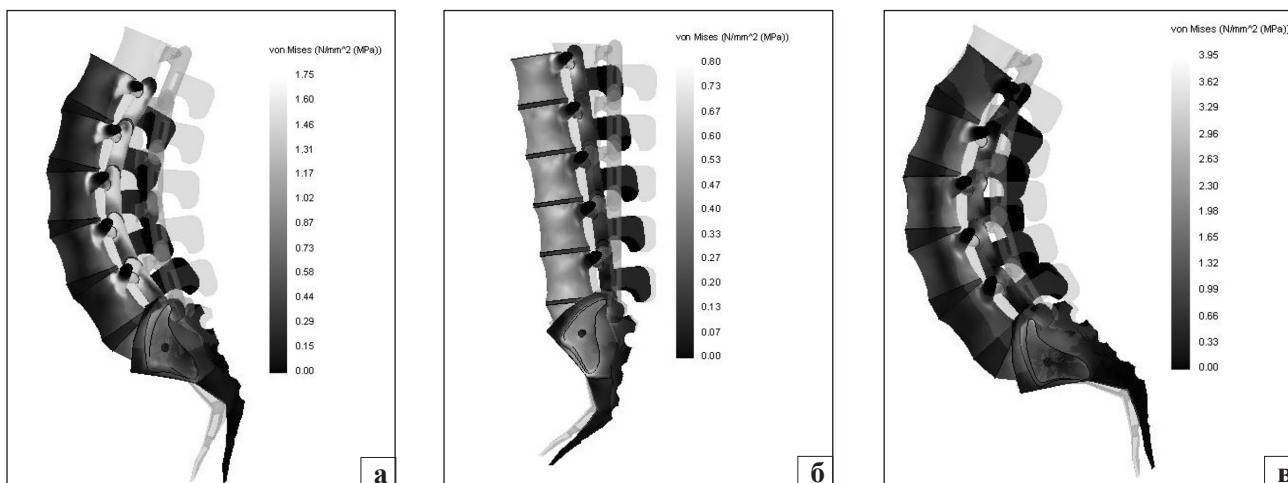
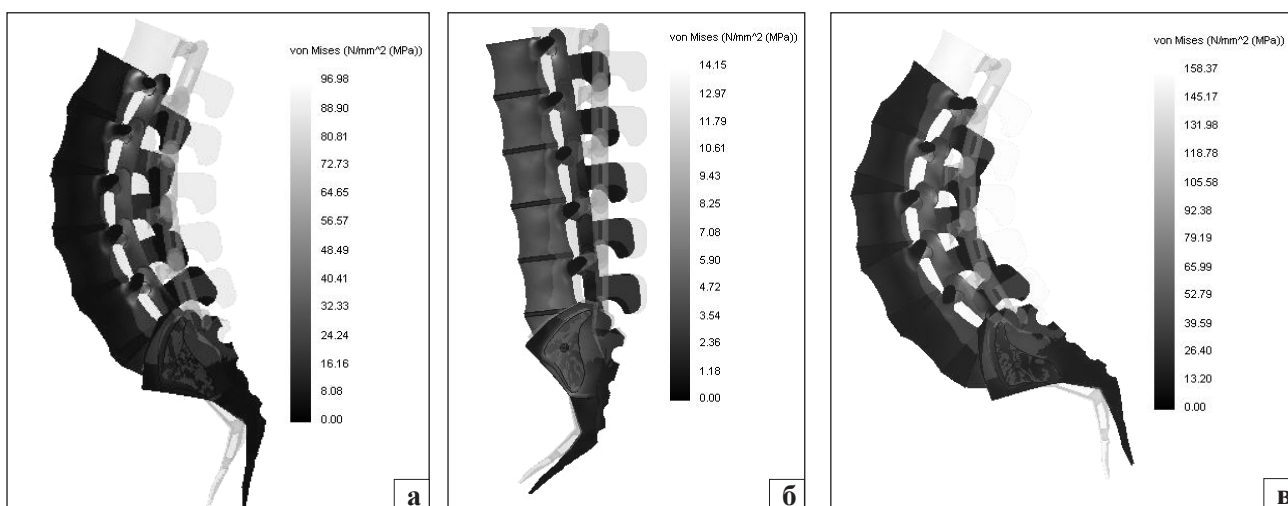


Рис. 6. Картина распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в модели крестцово-подвздошного сочленения с поясничным отделом при нагрузке  $P=400$  Н (таз условно опущен), Па: а) физиологическая величина  $SS$  ( $60^\circ$ ) и соответствующая ей физиологическая величина поясничного лордоза; б) вертикальный крестец ( $SS=30^\circ$ ) и сглаженный лордоз; в) горизонтальный крестец ( $SS=85^\circ$ ) и гиперлордоз



**Рис. 7.** Картина распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в хрящах модели крестцово-подвздошного сочленения с поясничным отделом при нагрузке  $P=400$  Н (таз условно опущен), МПа: а) физиологическая величина  $SS$  ( $60^\circ$ ) и соответствующая ей физиологическая величина поясничного лордоза; б) вертикальный крестец ( $SS=30^\circ$ ) и сглаженный лордоз; в) горизонтальный крестец ( $SS=85^\circ$ ) и гиперлордоз



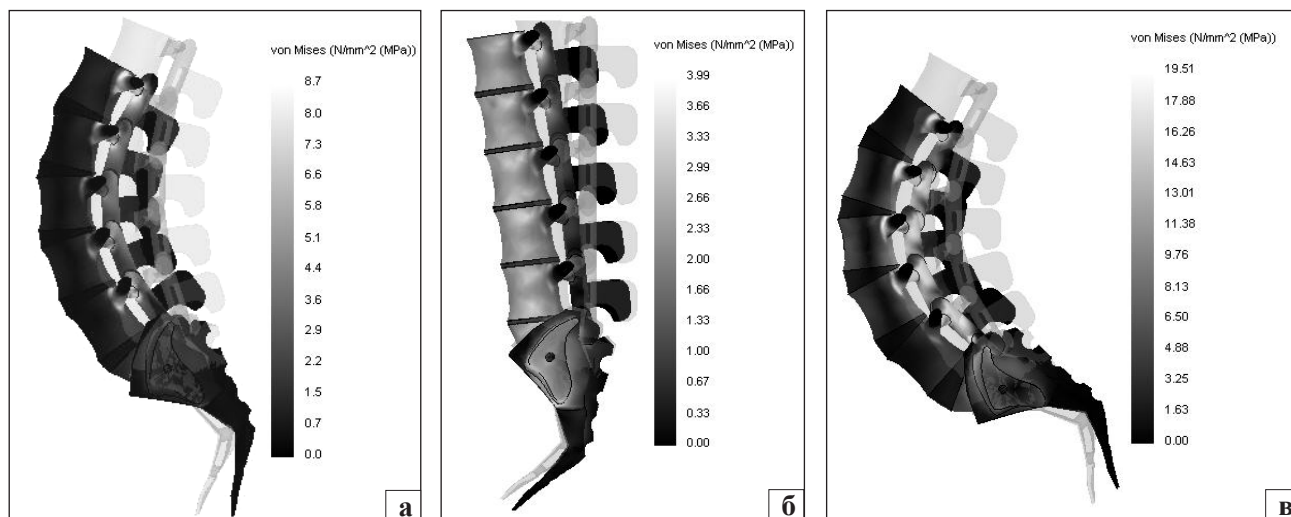
**Рис. 8.** Картина распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в модели крестцово-подвздошного сочленения с поясничным отделом при нагрузке  $P=2000$  Н (таз условно опущен), Па: а) физиологическая величина  $SS$  ( $60^\circ$ ) и соответствующая ей физиологическая величина поясничного лордоза; б) вертикальный крестец ( $SS=30^\circ$ ) и сглаженный лордоз; в) горизонтальный крестец ( $SS=85^\circ$ ) и гиперлордоз

области хряща и достигают величины 2 МПа. Уровень напряжений в диске L V–S 1 не превышает 1,5 МПа, а в зоне хряща дугоотростчатых суставов сегментов L III–L IV, L IV–L V достигает максимального уровня в 3,94 МПа. Величина линейных перемещений позвоночных сегментов минимальна.

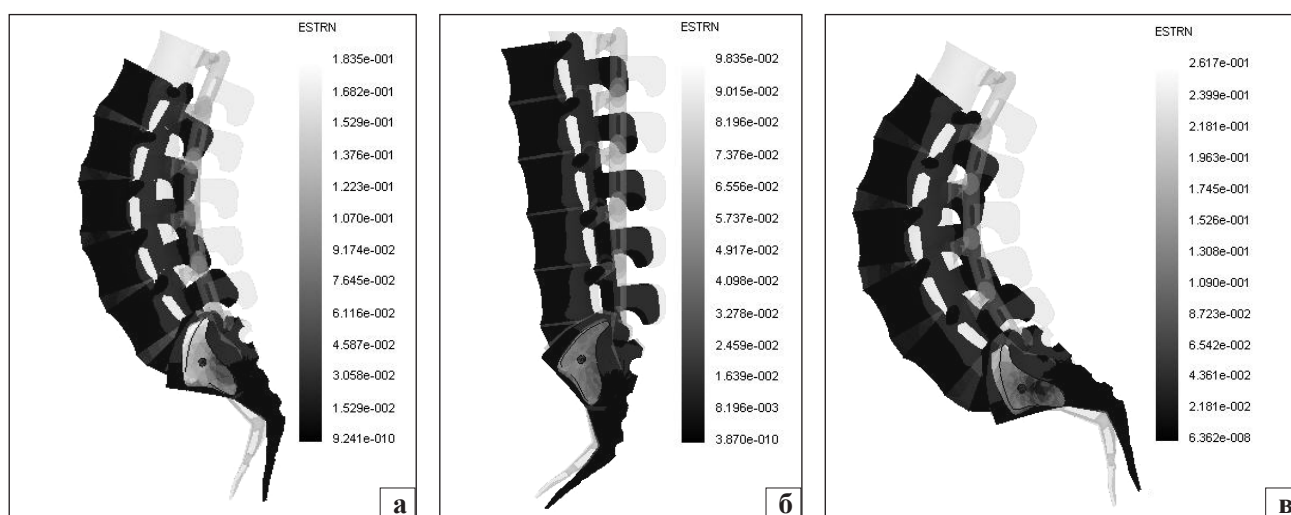
Анализ полученного напряженно-деформированного состояния крестцово-подвздошного сочленения при физиологических величинах поясничного лордоза и наклона крестца ( $SS=60^\circ$ ) при нагрузке равной 2000 Н (минимальная нагрузка таза среднестатистического человека при ходьбе) показал, что нагружение становится неравномерным по плоскости суставного хряща: максимальная величина

действующих напряжений достигает 5,8 МПа в краиниальной части хряща, а минимальная, равная 2,1 МПа, — в каудальной (рис. 8, а; 9, а; 10, а). Уровень напряжений в зоне дугоотростчатых суставов максимален (8,7 МПа), в диске L V–S 1 равен 4,3 МПа. В расположенных выше дисках максимальные напряжения не превышают уровня 2,4 МПа.

Анализ полученного напряженно-деформированного состояния крестцово-подвздошного сочленения при уменьшении глубины поясничного лордоза и вертикализации крестца ( $SS=30^\circ$ ) при нагрузке 2000 Н (рис. 8, б; 9, б; 10, б) показал, что оно практически равномерно по плоскости суставного хряща (максимальные напряжения не превышают уровня 2,6 МПа), за исключением крайней вент-



**Рис. 9.** Картина распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в хрящах модели крестцово-подвздошного сочленения с поясничным отделом при нагрузке  $P=2000\text{H}$  (таз условно опущен), Па: а) физиологическая величина  $SS$  ( $60^\circ$ ) и соответствующая ей физиологическая величина поясничного лордоза; б) вертикальный крестец ( $SS=30^\circ$ ) и сглаженный лордоз; в) горизонтальный крестец ( $SS=85^\circ$ ) и гиперлордоз



**Рис. 10.** Картина распределения деформации в модели крестцово-подвздошного сочленения с поясничным отделом при нагрузке  $P=2000\text{H}$  (таз условно опущен): а) физиологическая величина  $SS$  ( $60^\circ$ ) и соответствующая ей физиологическая величина поясничного лордоза; б) вертикальный крестец ( $SS=30^\circ$ ) и сглаженный лордоз; в) горизонтальный крестец ( $SS=85^\circ$ ) и гиперлордоз

ральнокаудальной зоны, где их уровень резко возрастает до 3,7 МПа. Напряженное состояние в зоне межпозвоночных дисков также однородно на всех уровнях и его величина не превышает 1,33 МПа. При этом уровень напряжений в зоне хряща дугоотростчатых суставов даже ниже, чем в дисках и достигает величины 0,99 МПа.

Как и для нагрузки в 400 Н, величина линейных перемещений позвоночных сегментов при сглаженном лордозе минимальна, а основные компрессионные нагрузки концентрируются в каудальновентральном отделе суставных хрящей крестцово-подвздошного сочленения.

Анализ полученного напряженно-деформированного состояния крестцово-подвздошного со-

членения при гиперлордозе и горизонтализации крестца ( $SS=85^\circ$ ) при нагрузке 2000 Н (рис. 8, в; 9, в; 10, в) показал, что оно более равномерно по плоскости суставного хряща. Максимальные напряжения наблюдаются только в крайних краниальнодорсальных областях хряща и не превышают уровня 14 МПа. Картина распределения напряжений в зоне межпозвоночных дисков равномерна, действующие напряжения равны 6,5 МПа, что больше величины напряжений в варианте, соответствующем сглаженному лордозу. Максимальный уровень напряжений в люмбосакральном диске не превышает 10 МПа, а в зоне хряща дугоотростчатых суставов достигает максимального для всех рассмотренных моделей уровня в 19,5 МПа, что

позволяет говорить о возможности их перегрузки. Величина линейных перемещений элементов поясничного отдела позвоночника для этого варианта лордоза минимальна.

## Выводы

При физиологических величинах поясничного лордоза и наклона крестца ( $SS=60^\circ$ ) при действии нагрузки в 400 Н (эквивалентной весу туловища среднестатистического человека) выявлена равномерная деформируемость хряща крестцово-подвздошных сочленений с незначительным увеличением напряженного состояния в краниальной части сустава. При действии нагрузки в 2000 Н (эквивалентной минимальному нагружению таза среднестатистического человека при ходьбе) деформируемость суставного хряща равномерно и адекватно (в 4,5 раза) возрастает, за исключением его каудальной части, где это увеличение не превышает 1,5. Такой характер напряженно-деформированного состояния суставного хряща, по-видимому, обеспечивает равномерное нагружение связочного аппарата и суставной сумки крестцово-подвздошных сочленений.

Уменьшение глубины поясничного лордоза и вертикализация крестца сопровождаются уменьшением напряженного состояния хряща крестцово-подвздошных сочленений в вентральной части при нагрузке в 400 Н.

С увеличением нагрузки (2000 Н) деформируемость хряща равномерно адекватно возрастает (в 4,4 раза), увеличиваясь (не уменьшаясь, как в норме) в вентральнокаудальной части в 6,2 раза, что свидетельствует о постоянной перегрузке самого суставного хряща, суставной капсулы и связочного аппарата (дистальной части вентральных межкост-

ных крестцово-подвздошных связок, крестцово-остистой и крестцово-бугорной связок).

Поясничный гиперлордоз и горизонтализация крестца вызывают равномерное умеренное увеличение напряженного состояния хряща крестцово-подвздошных сочленений (2 МПа по сравнению с 1,3 МПа в норме) при нагрузке в 400 Н и существенное (в 7 раз) увеличение деформируемости суставного хряща при нагрузке в 2000 Н. Соответственно, суставная капсула и весь связочный аппарат испытывают постоянные перегрузки.

## Список литературы

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. — М.: Мир, 1975. — 271 с.
2. Алямовский А. А. SolidWorks/COSMOSWorks. Инженерный анализ методом конечных элементов / А. А. Алямовский. — М.: ДМК Пресс, 2004. — 432 с.
3. Чигарев А. В. Ansys для инженеров: справ. пособие / А. В. Чигарев, А. С. Кравчук, А. Ф. Смалюк. — М.: Машиностроение, 2004. — 512 с.
4. Березовский В. А. Биофизические характеристики тканей человека: справочник / В. А. Березовский, Н. Н. Колотило. — К.: Наукова думка, 1990. — 224 с.
5. Истомин А. Г. Восстановление стабильности таза при повреждениях и заболеваниях подвздошно-крестцовых суставов: дисс. ... докт. мед. наук / Истомин А. Г. — Х., 2001. — 329 с.
6. Finite element methods in spine Biomechanics research / L. G. Gilbertson, V. K. Goel, W. Z. Kong et al. // CRC Crit Rev Biomed Eng. — 1995. — № 23, Pt 5–6. — P. 411–473.
7. Исследование напряженно-деформированного состояния системы «имплантат–поясничный отдел позвоночника–таз» при различных вариантах фиксации / А. А. Мезенцев, Д. Е. Петренко, А. А. Барков, А. В. Ярьсько // Ортопед. травматол. — 2011. — № 2. — С. 37–41.
8. Anatomical and Biomechanical Analysis of the Unique and Consistent Locations of Sacral Insufficiency Fractures / N. J. Sinstrom, J. E. Heiserman, K. E. Kartman et al. / Spine. — 2009. — Vol. 34, № 4. — P. 309–315.
9. Куценко В. А. Поясничный спондилолистез (патогенез, диагностика, прогнозирование и лечение): дисс. ... д-ра мед. наук / Куценко Владимир Александрович. — Х., 2009. — 555 с.